Universidade Estadual Paulista
“Júlio de Mesquita Filho”

Exercícios Resolvidos - 21/05/2016

Cálculo 3 - Ciências da Computação

Professor:
Vinícius F. Wasques
viniwasques@hotmail.com

27 de maio de 2016

1 Exercícios :

Exercício 1.1. *Admita que* $T(x,y) = x^2+3y^2$ *represente uma distribuição de temperatura no plano xy, onde T(x,y) é a temperatura no ponto (x,y), supondo T em graus Celsius, x e y em cm, responda:*

(a) Estando-se em $\left(2, \frac{1}{2}\right)$*, qual a direção e sentido de maior crescimento da temperatura? Qual a taxa de crescimento nesta direção?*

(b) Estando-se em $\left(2, \frac{1}{2}\right)$*, qual a direção e sentido de maior decrescimento da temperatura? Qual a taxa de decrescimento nesta direção?*

Solução:

(a) A direção e sentido em que T cresce mais rapidamente é em $\nabla f\left(2, \frac{1}{2}\right)$*, isto é, em* $\left(\frac{17}{4}, 2\right)$*. A taxa de crescimento ocorre quando* $u = \frac{\nabla f\left(2,\frac{1}{2}\right)}{||\nabla f\left(2,\frac{1}{2}\right)||}$*, isto é, quando*

$$u = \left(\frac{\frac{17}{4}}{\frac{\sqrt{353}}{4}}, \frac{2}{\frac{\sqrt{353}}{4}}\right) = \left(\frac{17}{\sqrt{353}}, \frac{8}{\sqrt{353}}\right)$$

e o valor máximo que assume é $||\nabla f\left(2, \frac{1}{2}\right)||$*, isto é,* $\frac{\sqrt{353}}{4}$*.*

(b) Análogo ao item anterior, bastando notar que leva-se um sinal de negativo.

Exercício:*Tente justificar o por que isso acontece. Tente reproduzir o que foi feito em aula, notando que o ângulo entre o gradiente e o versor deve ser* 180^0*.*

Exercício 1.2. *Calcule a derivada direcional de* $f(x,y) = x^2 + y^2$ *no ponto* $(1,2)$ *e na direção do valor* $2\vec{i} - \vec{j}$

Solução: *Normalizando o vetor u temos:*

$$\frac{u}{||u||} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

Por outro lado,

$$\nabla f(1,2) = (2,4)$$

Portanto,

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = (2,4)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}} = 0$$

Exercício 1.3. *Seja* $f(x,y) = xcos(x) - ysen(x)$*, calcule:*

(a) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

(b) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

(c) $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$

(d) $\frac{\partial^2 f}{\partial yx}$

Solução:

(a)
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2sen(x) - xcos(x) + ysen(x)$$

(b)
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

(c)
$$\frac{\partial^2 f}{\partial xy} = -cos(x)$$

(d)
$$\frac{\partial^2 f}{\partial yx} = -cos(x)$$