# Revisão do conteúdo

Prof. Dr. Vinícius Wasques

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Campus Rio Claro

8 de junho de 2020

# Princípio de Indução Finita (PIF)

Seja P(n) uma propriedade do número natural $n$. Uma maneira de provar que P(n) é verdadeira para todo natural $n \geq n_0$ é utilizar o chamado Princípio da Indução Finita (PIF), que é um dos axiomas que caracterizam o conjunto dos números naturais.

O PIF consiste em verificar duas coisas:

1. (Base da Indução) $P(n_0)$ é verdadeira e

2. (Passo Indutivo) Se P(n) é verdadeira para algum número natural $n \geq n_0$, então P(n + 1) também é verdadeira.

# Princípio da Casa dos Pombos (PCP)

É intuitivamente claro que se colocamos $n + 1$ objetos em $n$ gavetas, então haverá ao menos uma gaveta com mais de um objeto.

Isto é exatamente o que afirma o chamado Princípio da Casa dos Pombos (PCP) ou Princípio das Gavetas de Dirichlet:

"Se temos $kn + 1$ pombos e $n$ casinhas, então existirá uma casinha com pelo menos $k + 1$ pombos. De fato, se em todas as casas houvessem no máximo $k$ pombos, então o número de pombos não poderia ultrapassar $kn$."

O PCP tem muitas aplicações em argumentos de existência em que não se determina o objeto procurado explicitamente.

# Divisibilidade

**Lema.** Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Temos que

(i) ("d divide") Se $d|a$ e $d|b$, então $d|ax + by$ para qualquer combinação linear $ax + by$ de a e b com coeficientes $x, y \in \mathbb{Z}$.

(ii) (Limitação) Se $d|a$, então $a = 0$ ou $|d| \leq |a|$.

(iii) (Transitividade) Se $a|b$ e $b|c$, então $a|c$.

# Conceitos importantes

- Máximo Divisor Comum (mdc);
- Mínimo Múltiplo Comum (mmc);
- mdc(0,0)=0, por definição;
- Se mdc(a,b)=1, então a e b são ditos primos entre si.

# Lema de Euclides

**Lema.** Se $a = bq + r$, então mdc(a, b) = mdc(b, r).

# Lema de Euclides

**Lema.** Se $a = bq + r$, então mdc(a, b) = mdc(b, r).

O algoritmo de Euclides consiste na aplicação reiterada do lema acima onde q e r são o quociente e o resto na divisão de a por b.

Como os restos formam uma sequência estritamente decrescente, o algoritmo eventualmente termina quando atingimos o resto 0.

# Lema de Euclides

Além de servir de ferramenta computacional para o cálculo do mdc, a divisão euclidiana tem consequências teóricas importantes.

O teorema de Bachet-Bézout mostra que é sempre possível escrever o mdc de dois números como combinação linear destes.

# Referências

**MARTINEZ, F.E.B; MOREIRA, C.G.T; SALDANHA, N.,T.; TENGAN, E.** Teoria dos Números. Um passeio com Primos e outros Números Familiares pelo Mundo Inteiro. IMPA, 2013.

**GRAHAM, R. L., KNUTH, D. E., PATASHNIK, O**
Matemática Concreta. LTC, São Paulo, 1995

**NIVEN, I. E.; ZUCKERMAN, N.S.** An Introduction to the Theory of Numbers, NY, John Wiley & Sons, 1991.

# Contato

Prof. Dr. Vinícius Wasques

email: viniciuswasques@gmail.com

Departamento de Matemática

site: `https://viniciuswasques.github.io/home/`