

# Relações trigonométricas

Prof. Dr. Vinícius Wasques

Universidade Paulista - Unip, Campus Swift Campinas

5 de maio de 2020

# Relações trigonométricas

- **Relação fundamental entre seno e cosseno**

$$\cos^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\alpha) = 1$$

# Relações trigonométricas

- $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\text{sen}(\beta)$
- $\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\text{sen}(\beta)$

# Relações trigonométricas

- $tg(\alpha + \beta) = \frac{tg(\alpha) + tg(\beta)}{1 - tg(\alpha)tg(\beta)}$

- $tg(\alpha - \beta) = \frac{tg(\alpha) - tg(\beta)}{1 + tg(\alpha)tg(\beta)}$

# Relações trigonométricas

- **Fórmulas de multiplicação de arcos**

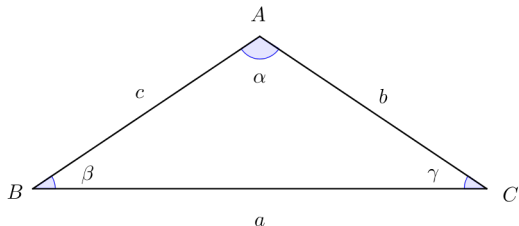
- $\text{sen}(2\alpha) = 2\text{sen}(\alpha)\text{cos}(\alpha)$

- $\text{cos}(2\alpha) = \text{cos}^2(\alpha) - \text{sen}^2(\alpha)$

- $\text{tg}(2\alpha) = \frac{2\text{tg}(\alpha)}{1 - \text{tg}^2(\alpha)}$

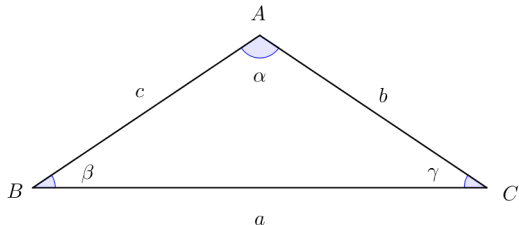
# Relações em triângulos - Lei dos senos

Seja o triângulo ABC abaixo:



# Relações em triângulos - Lei dos senos

Seja o triângulo ABC abaixo:

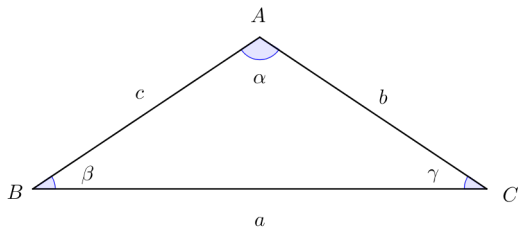


Então relação é válida:

$$\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)}$$

# Relações em triângulos - Lei dos cossenos

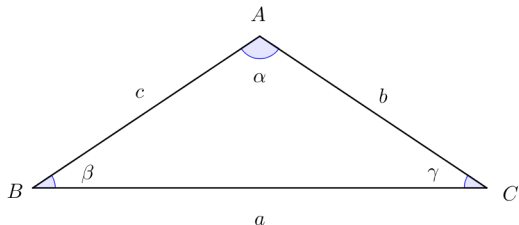
Seja o triângulo ABC abaixo:





## Relações em triângulos - Lei dos cossenos

Seja o triângulo ABC abaixo:



Então:

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2(bc)\cos(\alpha)$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2(ac)\cos(\beta)$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2(ab)\cos(\gamma)$

## Alguns valores tabelados

$\alpha$	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

## Alguns valores tabelados

$\alpha$	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

A partir dos valores fornecidos na tabela, podemos deduzir outros valores. Por exemplo:

## Alguns valores tabelados

$\alpha$	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

A partir dos valores fornecidos na tabela, podemos deduzir outros valores. Por exemplo:

$$\begin{aligned}\text{sen}(75^\circ) &= \text{sen}(30^\circ + 45^\circ) = \text{sen}(30^\circ)\text{cos}(45^\circ) + \text{cos}(30^\circ)\text{sen}(45^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos radianos são  $170^\circ$ ?

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos radianos são  $170^\circ$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$x$	$170^\circ$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos radianos são  $170^\circ$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$x$	$170^\circ$

$$170\pi = 180x$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos radianos são  $170^\circ$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$x$	$170^\circ$

$$170\pi = 180x \Rightarrow x = \frac{170\pi}{180}$$



# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos radianos são  $170^\circ$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$x$	$170^\circ$

$$170\pi = 180x \Rightarrow x = \frac{170\pi}{180} = \frac{17\pi}{18}$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$\frac{\pi}{2}$	x

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$\frac{\pi}{2}$	$x$

$$x\pi = 180\frac{\pi}{2}$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$\frac{\pi}{2}$	$x$

$$x\pi = 180\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 180\frac{\pi}{2\pi}$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$\frac{\pi}{2}$	$x$

$$x\pi = 180\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 180\frac{\pi}{2\pi} x = \frac{180}{2}$$

# Conversão entre radianos e graus

Sabendo que  $\pi rad = 180^\circ$ , quantos graus são  $\frac{\pi}{2}$ ?

radianos	graus
$\pi$	$180^\circ$
$\frac{\pi}{2}$	$x$

$$x\pi = 180\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 180\frac{\pi}{2\pi} x = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

# Exercícios propostos

Exercícios 1, 2, 3 e 4 da página 123 apostila da Unip

Exercícios 5, 7, 8, e 9 da página 124 apostila da Unip

Exercício 1, página 125 apostila da Unip

Exercício 3, página 127 apostila da Unip

- Os exercícios em preto são para praticar.
- Os exercícios em vermelho são para entregar.



# Obrigado pela atenção!

Prof. Dr. Vinícius Wasques

email: [vinicius.wasques@docente.unip.br](mailto:vinicius.wasques@docente.unip.br)

Departamento de Engenharia, Ciência da Computação e Sistemas de  
Informação

site: <https://viniciuswasques.github.io/home/>