Função do segundo grau: Aplicações

Prof. Dr. Vinícius Wasques

Universidade Paulista - Unip, Campus Swift Campinas

20 de abril de 2020

Aplicação

Uma bola é atirada do alto de uma torre. A equação que relaciona a altura H da bola em função do tempo t é dada por

$$H(t) = 90 - 10t^2,$$

em que a altura é dada em metros e o tempo em segundos.

a) Qual é a altura da torre?

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Aplicação

a) Qual é a altura da torre?

Aplicação

a) Qual é a altura da torre?

Sabe-se que a trajetória se inicia do alto da torre, e que é descrita pela parábola $H(t) = 90 - 10t^2$ que possui concavidade para baixo e vértice $V = \underbrace{(0, 90)}_{(t, H(t))}$.

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{-20} = 0$$

$$H(t) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(0^2 - 4(-10)(90))}{4(-10)} = 90$$

Aplicação

a) Qual é a altura da torre?

Sabe-se que a trajetória se inicia do alto da torre, e que é descrita pela parábola $H(t) = 90 - 10t^2$ que possui concavidade para baixo e vértice $V = \underbrace{(0, 90)}_{(t, H(t))}$.

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{-20} = 0$$

$$H(t) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(0^2 - 4(-10)(90))}{4(-10)} = 90$$

Portanto, a altura da torre é dada por $H(0) = 90$ m.

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Dizer que a bola chega ao solo é equivalente a dizer que a altura da bola é 0. Logo, para determinar o tempo t em que a bolsa chega solo basta fazer $H(t) = 0$, isto é,

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Dizer que a bola chega ao solo é equivalente a dizer que a altura da bola é 0. Logo, para determinar o tempo t em que a bolsa chega solo basta fazer $H(t) = 0$, isto é,

$$0 = 90 - 10t^2$$

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Dizer que a bola chega ao solo é equivalente a dizer que a altura da bola é 0. Logo, para determinar o tempo t em que a bolsa chega solo basta fazer $H(t) = 0$, isto é,

$$0 = 90 - 10t^2$$

$$\Delta = 0^2 - 4(-10)(90) = 3600$$

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Dizer que a bola chega ao solo é equivalente a dizer que a altura da bola é 0. Logo, para determinar o tempo t em que a bolsa chega solo basta fazer $H(t) = 0$, isto é,

$$0 = 90 - 10t^2$$

$$\Delta = 0^2 - 4(-10)(90) = 3600$$

$$t_1 = \frac{-0 + \sqrt{3600}}{2(-10)} = \frac{60}{-20} = -3$$

$$t_2 = \frac{-0 - \sqrt{3600}}{2(-10)} = \frac{-60}{-20} = 3$$

Aplicação

b) Quanto tempo a bola demora para chegar ao solo?

Dizer que a bola chega ao solo é equivalente a dizer que a altura da bola é 0. Logo, para determinar o tempo t em que a bolsa chega solo basta fazer $H(t) = 0$, isto é,

$$0 = 90 - 10t^2$$

$$\Delta = 0^2 - 4(-10)(90) = 3600$$

$$t_1 = \frac{-0 + \sqrt{3600}}{2(-10)} = \frac{60}{-20} = -3$$

$$t_2 = \frac{-0 - \sqrt{3600}}{2(-10)} = \frac{-60}{-20} = 3\text{s}$$

Aplicações

Deseja-se cercar um terreno retangular para que os animais que estão dentro dele não fujam. Para isso será utilizado 30 metros de arame farpado para cercar os 4 lados do terreno.

a) Escreva a expressão que relaciona a área em função do comprimento.

b) Qual é a área máxima cercada que pode-se obter?

c) Quais as dimensões desse terreno para que se tenha a maior área possível?

a) Escreva a expressão que relaciona a área em função do comprimento.

Aplicações

a) Escreva a expressão que relaciona a área em função do comprimento.

Considere um terreno retangular de lados y e x. Para cercar esse terreno, deve-se satisfazer $2y + 2x = 30$ que é o valor do perímetro do terreno.

Aplicações

a) Escreva a expressão que relaciona a área em função do comprimento.

Considere um terreno retangular de lados y e x. Para cercar esse terreno, deve-se satisfazer $2y + 2x = 30$ que é o valor do perímetro do terreno.

Logo, $2y = 30 - 2x \Rightarrow y = \dfrac{30 - 2x}{2} \Rightarrow y = 15 - x$

Aplicações

a) Escreva a expressão que relaciona a área em função do comprimento.

Considere um terreno retangular de lados y e x. Para cercar esse terreno, deve-se satisfazer $2y + 2x = 30$ que é o valor do perímetro do terreno.

Logo, $2y = 30 - 2x \Rightarrow y = \dfrac{30 - 2x}{2} \Rightarrow y = 15 - x$

Como a área do retângulo é dada por *lado* 1 $\times$ *lado* 2, então

$$A(x) = x(15 - x) = 15x - x^2$$

Aplicações

b) Qual é a área máxima cercada que pode-se obter?

Aplicações

b) Qual é a área máxima cercada que pode-se obter?

A função $A(x) = 15x - 2x^2$ é uma parábola com concavidade para baixo, e portanto seu vértice representa o ponto de máximo da função, que nesse caso, representa a área máxima cercada que pode-se obter.

Aplicações

b) Qual é a área máxima cercada que pode-se obter?

A função $A(x) = 15x - 2x^2$ é uma parábola com concavidade para baixo, e portanto seu vértice representa o ponto de máximo da função, que nesse caso, representa a área máxima cercada que pode-se obter.

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-((15)^2 - 4(-1)(0))}{4(-1)} = \frac{-(225+0)}{-4} = \frac{-225}{-4} = 56,25m^2$$

Aplicações

b) Qual é a área máxima cercada que pode-se obter?

A função $A(x) = 15x - 2x^2$ é uma parábola com concavidade para baixo, e portanto seu vértice representa o ponto de máximo da função, que nesse caso, representa a área máxima cercada que pode-se obter.

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-((15)^2 - 4(-1)(0))}{4(-1)} = \frac{-(225+0)}{-4} = \frac{-225}{-4} = 56,25m^2$$

Portanto, a área máxima cercada é $56,25m^2$.

c) Quais as dimensões desse terreno para que se tenha a maior área possível?

Aplicações

c) Quais as dimensões desse terreno para que se tenha a maior área possível?

Como deseja-se saber a dimensão que produz a maior área, deve-se "olhar" para a coordenada x do vértice da parábola, isto é,

Aplicações

c) Quais as dimensões desse terreno para que se tenha a maior área possível?

Como deseja-se saber a dimensão que produz a maior área, deve-se "olhar" para a coordenada x do vértice da parábola, isto é,

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-15}{2(-1)} = \frac{-15}{-2} = 7,5m$$

c) Quais as dimensões desse terreno para que se tenha a maior área possível?

Como deseja-se saber a dimensão que produz a maior área, deve-se "olhar" para a coordenada x do vértice da parábola, isto é,

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-15}{2(-1)} = \frac{-15}{-2} = 7,5m$$

Portanto, as dimensões do terreno que se tem a maior área possível são $x = 7,5$ m e $y = 15 - x = 15 - 7,5 = 7,5$ m. Em outras palavras, o terreno seria um quadrado de dimensões $7,5 \times 7,5$.

Exercícios propostos

Exercício 2, página 94 apostila da Unip

Exercício 4, página 94/95 apostila da Unip

Exercício 5, página 95 apostila da Unip

Exercício 1, página 99 apostila da Unip

Exercício 2, página 100 apostila da Unip

- Os exercícios em preto são para praticar.
- Os exercícios em vermelho são para entregar.

Obrigado pela atenção!

Prof. Dr. Vinícius Wasques

email: vinicius.wasques@docente.unip.br

Departamento de Engenharia, Ciência da Computação e Sistemas de Informação

site: `https://viniciuswasques.github.io/home/`