

Função Exponencial

Prof. Dr. Vinícius Wasques

Universidade Paulista - Unip, Campus Swift Campinas

22 de abril de 2020

Definição

A função $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, é chamada de função exponencial na base a .

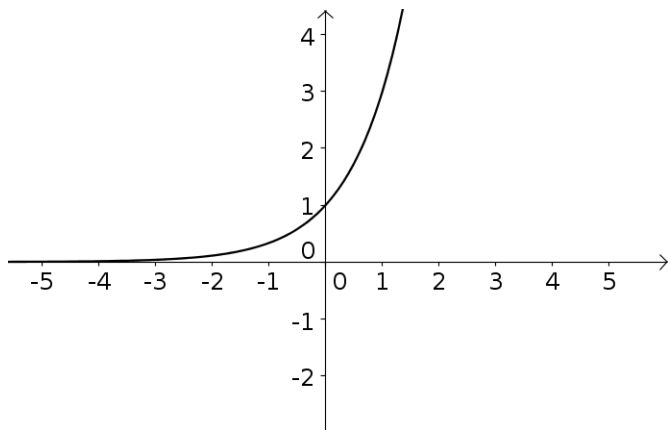
Definição

A função $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, é chamada de função exponencial na base a .

Exemplo: $f(x) = 3^x$

x	f(x)	
-3	$3^{-3} = \frac{1}{3^3}$	0,037
-2	$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$	0,111
-1	$3^{-1} = \frac{1}{3^1}$	0,333
0	3^0	1
1	3^1	3
2	3^2	9
3	3^3	27

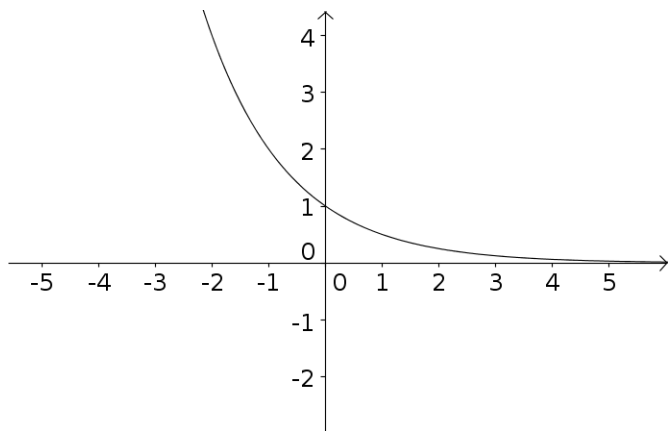
Exemplo $f(x) = 3^x$



Exemplo: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	f(x)	
-3	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$	8
-2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2$	4
-1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1$	2
0	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$	1
1	$\left(\frac{1}{2}\right)^1$	0,5
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	0,25
3	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	0,125

Exemplo $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Propriedades

- 1 Se $a > 1$, então a função exponencial é crescente;
- 2 Se $0 < a < 1$, então a função exponencial é decrescente;
- 3 Para todo $x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$;
- 4 Para todo $x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $a^x \div a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;
- 5 Para todo $x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$;

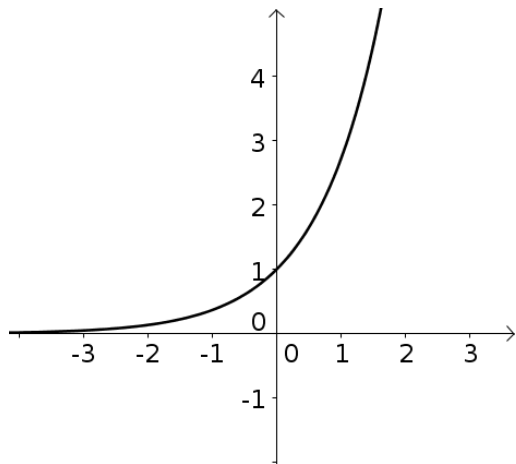
Função exponencial na base de Euler

Exemplo: $f(x) = e^x$, em que $e = 2,7182818\dots$ é a constante de Euler.

$Dom(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \mathbb{R}_+$.

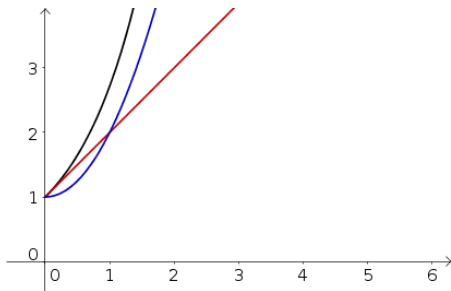
x	$f(x)$	
-3	e^{-3}	0.049
-2	e^{-2}	0.135
-1	e^{-1}	0.367
0	e^0	1
1	e^1	2.718
2	e^2	7.389
3	e^3	20.086

Função exponencial $f(x) = e^x$



Comparação

$$f(x) = e^x \quad g(x) = x^2 + 1 \quad h(x) = x + 1$$



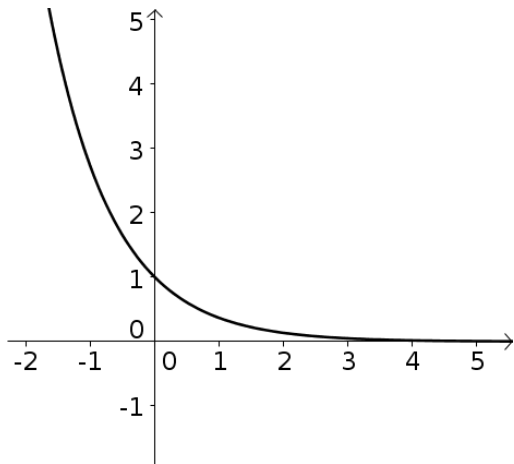
Função exponencial na base de Euler

Exemplo: $f(x) = e^{-x}$.

$Dom(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \mathbb{R}_+$.

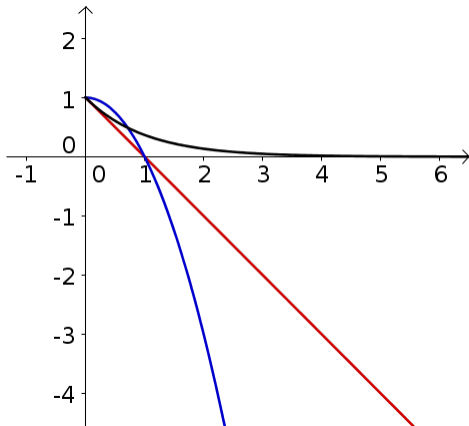
x	f(x)	
-3	e^3	20.086
-2	e^2	7.389
-1	e^1	2.718
0	e^0	1
1	e^{-1}	0.367
2	e^{-2}	0.135
3	e^{-3}	0.049

Função exponencial $f(x) = e^{-x}$



Comparação

$$f(x) = e^{-x} \quad g(x) = -x^2 + 1 \quad h(x) = -x + 1$$



Aplicação

Uma bactéria, em condições ideais de temperatura e nutrientes, duplica o seu material genético e em seguida se divide, originando duas bactérias idênticas a ela. Supondo que esse processo ocorre a cada hora, em 24 horas quantas bactérias existirão?

Aplicação

Uma bactéria, em condições ideais de temperatura e nutrientes, duplica o seu material genético e em seguida se divide, originando duas bactérias idênticas a ela. Supondo que esse processo ocorre a cada hora, em 24 horas quantas bactérias existirão?

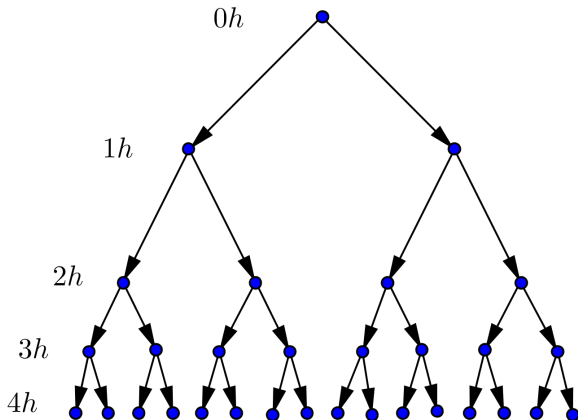
- a) 480 bactérias
- b) 10.894 bactérias
- c) 250.284 bactérias
- d) 1.500.000 bactérias
- e) 16.777.216 bactérias

Aplicação

Uma bactéria, em condições ideais de temperatura e nutrientes, duplica o seu material genético e em seguida se divide, originando duas bactérias idênticas a ela. Supondo que esse processo ocorre a cada hora, em 24 horas quantas bactérias existirão?

- a) 480 bactérias
- b) 10.894 bactérias
- c) 250.284 bactérias
- d) 1.500.000 bactérias
- e) 16.777.216 bactérias

Aplicações



Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

1h : 2 bactérias $\Rightarrow 2^1$

Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

1h : 2 bactérias $\Rightarrow 2^1$

2h : 4 bactérias $\Rightarrow 2^2$

Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

1h : 2 bactérias $\Rightarrow 2^1$

2h : 4 bactérias $\Rightarrow 2^2$

3h : 8 bactérias $\Rightarrow 2^3$

Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

1h : 2 bactérias $\Rightarrow 2^1$

2h : 4 bactérias $\Rightarrow 2^2$

3h : 8 bactérias $\Rightarrow 2^3$

4h : 16 bactérias $\Rightarrow 2^4$

Aplicações

0h : 1 bactéria $\Rightarrow 2^0$

1h : 2 bactérias $\Rightarrow 2^1$

2h : 4 bactérias $\Rightarrow 2^2$

3h : 8 bactérias $\Rightarrow 2^3$

4h : 16 bactérias $\Rightarrow 2^4$

$$f(x) = 2^x$$

Aplicações

$$0\text{h} : 1 \text{ bactéria} \Rightarrow 2^0$$

$$1\text{h} : 2 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^1$$

$$2\text{h} : 4 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^2$$

$$3\text{h} : 8 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^3$$

$$4\text{h} : 16 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^4$$

$$f(x) = 2^x \Rightarrow f(24) = 2^{24}$$

Aplicações

$$0\text{h} : 1 \text{ bactéria} \Rightarrow 2^0$$

$$1\text{h} : 2 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^1$$

$$2\text{h} : 4 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^2$$

$$3\text{h} : 8 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^3$$

$$4\text{h} : 16 \text{ bactérias} \Rightarrow 2^4$$

$$f(x) = 2^x \Rightarrow f(24) = 2^{24} \Rightarrow f(24) = 16.777.216 \text{ bactérias}$$

Aplicações

Considere uma doença altamente contagiosa seja transmitida pelo contato entre indivíduos. Suponha que a partir de um indivíduo contaminado, a cada dia temos três indivíduos infectados e que não exista nenhum tipo de controle para doença (vacina, isolamento social,...). Quantos indivíduos estarão contaminados em 15 dias?

Aplicações

Considere uma doença altamente contagiosa seja transmitida pelo contato entre indivíduos. Suponha que a partir de um indivíduo contaminado, a cada dia temos três indivíduos infectados e que não exista nenhum tipo de controle para doença (vacina, isolamento social,...). Quantos indivíduos estarão contaminados em 15 dias?

- a) 45 indivíduos
- b) 10.000 indivíduos
- c) 250.000 indivíduos
- d) 7.500.000 indivíduos
- e) 14.348.907 indivíduos

Aplicações

Considere uma doença altamente contagiosa seja transmitida pelo contato entre indivíduos. Suponha que a partir de um indivíduo contaminado, a cada dia temos três indivíduos infectados e que não exista nenhum tipo de controle para doença (vacina, isolamento social,...). Quantos indivíduos estarão contaminados em 15 dias?

- a) 45 indivíduos
- b) 10.000 indivíduos
- c) 250.000 indivíduos
- d) 7.500.000 indivíduos
- e) 14.348.907 indivíduos

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

dia 3: 27 indivíduos $\Rightarrow 3^3$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

dia 3: 27 indivíduos $\Rightarrow 3^3$

dia 4: 81 indivíduos $\Rightarrow 3^4$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

dia 3: 27 indivíduos $\Rightarrow 3^3$

dia 4: 81 indivíduos $\Rightarrow 3^4$

$$f(x) = 3^x$$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

dia 3: 27 indivíduos $\Rightarrow 3^3$

dia 4: 81 indivíduos $\Rightarrow 3^4$

$$f(x) = 3^x \Rightarrow f(15) = 3^{15}$$

Aplicações

dia 0: 1 indivíduo $\Rightarrow 3^0$

dia 1: 3 indivíduos $\Rightarrow 3^1$

dia 2: 9 indivíduos $\Rightarrow 3^2$

dia 3: 27 indivíduos $\Rightarrow 3^3$

dia 4: 81 indivíduos $\Rightarrow 3^4$

$f(x) = 3^x \Rightarrow f(15) = 3^{15} \Rightarrow f(15) = 14.348.907$ indivíduos infectados

Exercícios propostos

Exercício 3, página 107 apostila da Unip

Exercício 4, página 107 apostila da Unip

Exercício 5, página 108 apostila da Unip

Exercício 2, página 112 apostila da Unip

Exercício 3, página 113 apostila da Unip

- Os exercícios em preto são para praticar.
- Os exercícios em vermelho são para entregar.

Obrigado pela atenção!

Prof. Dr. Vinícius Wasques

email: vinicius.wasques@docente.unip.br

Departamento de Engenharia, Ciência da Computação e Sistemas de
Informação

site: <https://viniciuswasques.github.io/home/>