Operações aritméticas entre vetores

Prof. Dr. Vinícius Wasques

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - Campus Rio Claro

8 de junho de 2020

Dados $\vec{u}$ e $\vec{v}$, com respectivos representantes (A,B) e (B,C). O vetor soma $\vec{u} + \vec{v}$ é obtido pelo representante (A,C), isto é,

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

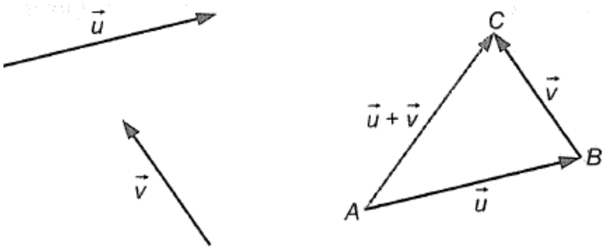

Figura 2-1

Regra do paralelogramo

Consiste em escolher representantes de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ com a mesma origem A e construir o paralelogramo ABCD.

O segmento orientado (A,C) é um representante de $\vec{u} + \vec{v}$, já que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ e a diagonal "fecha o triângulo" ABC.

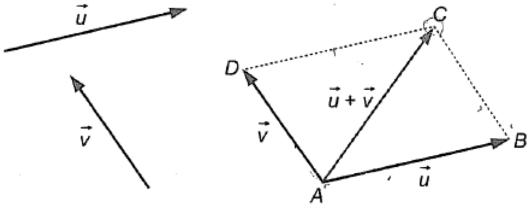

Figura 2-2

Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ a diferença entre eles é definido pela soma de $\vec{u}$ com o oposto de $\vec{v}$, isto é,

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}).$$

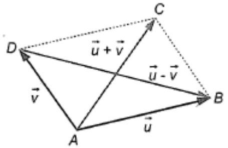

Figura 2-5

Propriedades

Associativa $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$

Comutativa $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$

Elemento neutro $\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$

Elemento oposto $\vec{u}+(-\vec{u})=-\vec{u}+\vec{u}=\vec{0}$

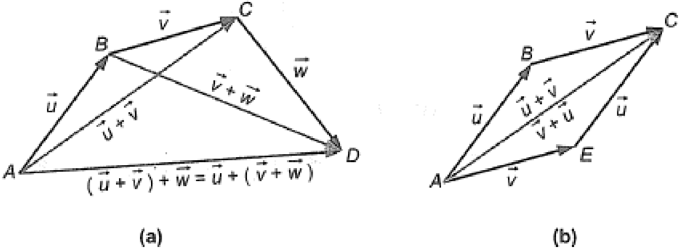
B
$\vec{v}$
C
$\vec{u}$
$\vec{w}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{v}+\vec{w}$
A
D
$(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$
(a)
B
$\vec{v}$
C
$\vec{u}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{v}+\vec{u}$
$\vec{u}$
A
E
$\vec{v}$
(b)

Figura 2-4

Produto de número real por vetor

A multiplicação entre um número real α e um vetor $\vec{u}$ resulta em um outro vetor $\alpha\vec{u}$.

Definimos o seguinte:

- Se $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, então $\alpha\vec{v} = \vec{0}$

- Se $\alpha \neq 0$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$, então o vetor $\alpha\vec{v}$ se caracteriza como:

$\alpha\vec{v} // \vec{v}$;

$\alpha\vec{v}$ e $\vec{v}$ tem mesmo sentido se $\alpha > 0$, e sentido contrário se $\alpha < 0$;

$||\alpha\vec{v}|| = |\alpha|.||\vec{v}||$

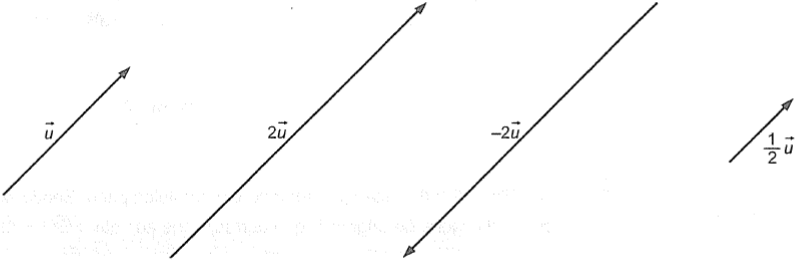

Figura 3-1

Seja β um número real não nulo, a notação

$$\frac{\vec{u}}{\beta}$$

representa

$$\frac{1}{\beta}\vec{u}$$

Se $\vec{v}$ é um vetor não nulo, então o vetor

$$\frac{\vec{v}}{||\vec{v}||}$$

é chamado de versor de $\vec{v}$.

Propriedades

- $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
- $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- $1.\vec{u} = \vec{u}$
- $\alpha(\beta\vec{v}) = (\alpha\beta)\vec{v} = \beta(\alpha\vec{v})$

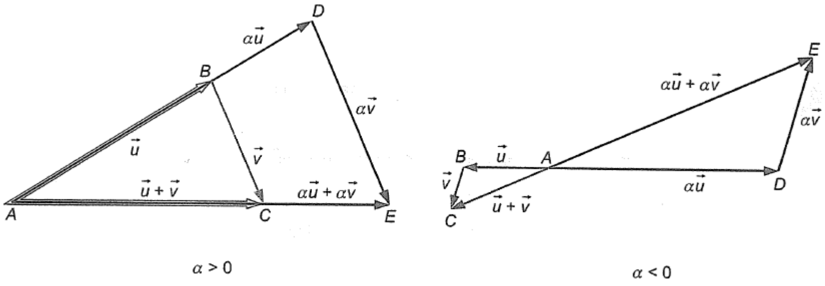
D
$\alpha\vec{u}$
B
$\alpha\vec{v}$
$\vec{u}$
$\vec{v}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$
A
C
E
$\alpha > 0$
E
$\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$
$\alpha\vec{v}$
B
$\vec{u}$
A
$\vec{v}$
$\alpha\vec{u}$
D
$\vec{u}+\vec{v}$
C
$\alpha < 0$

Figura 3-4

Referências

BOULOS, P., CAMARGO, I. Introdução à Geometria Analítica no Espaço, Editora Makron Books, 1997.

CALLIOLI, C.A.; DOMINGUES, H.H. e COSTA, R.C.F. Álgebra Linear, 5a. edição. São Paulo

BOLDRINI, J.L.; COSTA, S.I.R.; FIGUEIREDO, V.L.; WETZLER, H.G. Álgebra Linear, 2a. edição. São Paulo: Harper & How do Brasil, 1980.

STEINBRUCH, A., WINTERLE, P. Geometria Analítica. Makron Books, 1987.

Contato

Prof. Dr. Vinícius Wasques

email: viniciuswasques@gmail.com

Departamento de Matemática

site: `https://viniciuswasques.github.io/home/`