

1<sup>a</sup> LISTA DE EXERCÍCIOS - CÁLCULO 3 CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO

## 1 Funções de uma variável real a duas ou três variáveis reais.

**Exercício 1.1.** *Desenhe a imagem:*

1.  $F(t) = (1, t)$
2.  $F(t) = (2t - 1, t + 2)$
3.  $F(t) = (\text{sent}, \text{sen}^2 t)$
4.  $F(t) = (e^t \text{cost}, e^t \text{cost})$  com  $t \geq 0$
5.  $F(t) = (\text{sent}, t)$
6.  $F(t) = (t, t, \frac{1}{t})$  com  $t > 0$
7.  $F(t) = (t, \text{cost}, \text{sent})$  com  $t > 0$
8.  $F(t) = (e^{-t} \text{cost}, e^{-t} \text{sent}, e^{-t})$  com  $t \geq 0$

**Exercício 1.2.** *Sejam  $F, G, H$  funções de uma variável assumindo valores em  $\mathbb{R}^3$ . Classifique as seguintes afirmações como verdadeiras (V) ou falsas (F). Se verdadeiro demonstre, caso contrário forneça um contra-exemplo.*

1. ( )  $F \wedge G = G \wedge F$
2. ( )  $F \wedge (G + H) = F \wedge G + F \wedge H$
3. ( )  $F.(G + H) = F.G + F.H$
4. ( ) Se  $\lim_{t \rightarrow t_0} F(t) = 0$  e  $\|G(t)\| \leq M, \forall t \in \mathbb{R}$  com  $M > 0$  então  $\lim_{t \rightarrow t_0} F(t).G(t) = 0$
5. ( ) Se  $\lim_{t \rightarrow t_0} F(t) = 0$  e  $\|G(t)\| \leq M, \forall t \in \mathbb{R}$  com  $M > 0$  então  $\lim_{t \rightarrow t_0} F(t) \wedge G(t) = 0$

**Exercício 1.3.** *Seja  $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$  contínua, mostre que existe  $M > 0$  tal que  $\|F(t)\| \leq M$*

**Exercício 1.4.** *Calcule  $\frac{dF}{dt}$  e  $\frac{d^2F}{dt^2}$ , isto é, a primeira e a segunda derivada, respectivamente.*

1.  $F(t) = (3t^2, e^{-t}, \ln(t^2 + 1))$
2.  $F(t) = (\sqrt[3]{t^2}, \cos(t^2), 3t)$
3.  $F(t) = (\text{sen}(5t), \cos(4t), -e^{-2t})$

**Exercício 1.5.** *Determine a equação da reta tangente à trajetória da função no ponto dado.*

1.  $F(t) = (\text{cost}, \text{sent}, t)$  em  $F(\frac{\pi}{3})$
2.  $F(t) = (\frac{1}{t^2}, \frac{1}{t}, t^2)$  em  $F(2)$

**Exercício 1.6.** *Dizemos que uma curva  $\delta : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ , com derivada contínua, está parametrizada pelo comprimento de arco se  $\|\delta'(s)\| = 1$  para todo  $s \in [a, b]$ . Verifique se as curvas abaixo estão parametrizadas pelo comprimento de arco.*

1.  $\delta(s) = (\cos(s), \sin(s))$  com  $s \geq 0$

2.  $\delta(s) = (2\cos(\frac{s}{2}), 2\sin(\frac{s}{2}))$  com  $s \geq 0$

**Exercício 1.7.** Se duas curvas  $\gamma$  e  $\delta$ , possuem a mesma imagem, isto é,  $Im\gamma = Im\delta$  então podemos afirmar que os seus comprimentos também são iguais? Se verdadeiro prove, se for falso dê um contra-exemplo.