Universidade Estadual Paulista
“Júlio de Mesquita Filho”

Exercícios resolvidos.

Cálculo 1 - Ecologia

Professor:
Vinícius F. Wasques

17 de maio de 2016

1 Exercícios:

Exercício 1.1. *Calcule a derivada das seguintes funções:*

(a) $f(x) = 3x^2 + cos(x)$

Solução: *Utilizando as propriedades de derivada temos:*

$$\frac{df}{dx} = 3.2x - sen(x) = 6x - sen(x)$$

(b) $f(x) = \sqrt{x}$

Solução:

Perceba que $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$*, desse modo utilizando propriedades de derivada temos que:*

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

(c) $f(x) = sen(x^2)$

Solução: *Chamando* $g(x) = x^2$ *e* $h(x) = sen(x)$*, pela regra da cadeia, temos:*

$$\frac{df}{dx} = 2x.cos(x^2)$$

(d) $f(x) = \frac{x}{1+x}$

Solução: *Utilizando propriedades da derivada (regra do quociente), temos:*

$$\frac{df}{dx} = \frac{1.(1+x) - x.1}{(1+x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2}$$

Exercício 1.2. *Suponha que uma população cresce segundo a seguinte fórmula* $N(t) = 25000 + 45t^2$*, onde t é medido em dias.*

(a) Quantos individuos essa população possui no instante inicial, isto é, em t=0?

Solução: $N(0) = 25000 + 45(0^2) = 25000$*. Portanto, essa população possui 25000 individuos no instante* $t = 0$*.*

(b) Qual a taxa de variação média entre o tempo $t = 0$ *e* $t = 2$*?*

Solução:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(2) - N(0)}{2 - 0} = \frac{25180 - 25000}{2} = \frac{180}{2} = 90$$

(c) *Qual a taxa de variação em tempo $t = 3$?*

Solução:

$$\frac{dN}{dt} = \lim_{x\to 3} \frac{N(t) - N(3)}{t-3} = \lim_{x\to 3} \frac{25000 + 45t^2 - 25405}{t-3}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{-405 + 45t^2}{t-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(t-3)(45t+135)}{t-3} = \lim_{x\to 3} 45t + 135 = 270$$

Outra maneira de resolver esse problema é, derivando a função e substituindo o valor de $t = 3$. Vide exercício 3 item (c) e exercício 4.

Exercício 1.3. *Suponha que a proteína se desintegra em aminoácidos de acordo com a fórmula $m(t) = \frac{28}{t+2}$ onde t é medido em horas.*

(a) *Qual a taxa de variação média entre o tempo $t = 0$ e $t = 2$?*

Solução:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(2) - m(0)}{2-0} = \frac{7-14}{2} = -\frac{7}{2}$$

(b) *Idem ao exercício anterior para o intervalo $t = 0$ e $t = \frac{1}{2}$?*

Solução:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(\frac{1}{2}) - m(0)}{\frac{1}{2} - 0} = \frac{\frac{56}{5} - 14}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{56-70}{5}}{\frac{1}{2}} = -\frac{28}{5}$$

(c) *Qual a taxa de reação em $t = 1$?*

Solução:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{28}{(t+2)^2}$$

Aplicando em $t = 1$ temos:

$$= -\frac{28}{9}$$

Exercício 1.4. *O tamanho do pequeno crescimento de bactérias é aproximadamente dado por $N(t) = N(0) + 52t + 2t^2$, onde t é medido em horas e $N(0)$ é o tamanho da população no instante $t = 0$. Encontre a taxa de crescimento em $t = 5$ horas.*

Solução:

$$\frac{dN}{dt} = 52 + 4t$$

Substituindo em $t = 5$ obtemos que a variação é 72.