UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS DO DIA 05/04/2016.

Cálculo 1 - Ecologia

Professor:
Vinícius F. WASQUES

5 de abril de 2016

1 Exercícios:

Exercício 1.1. *Sabendo que o gráfico da função* $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ *é dado pela Figura (1):*

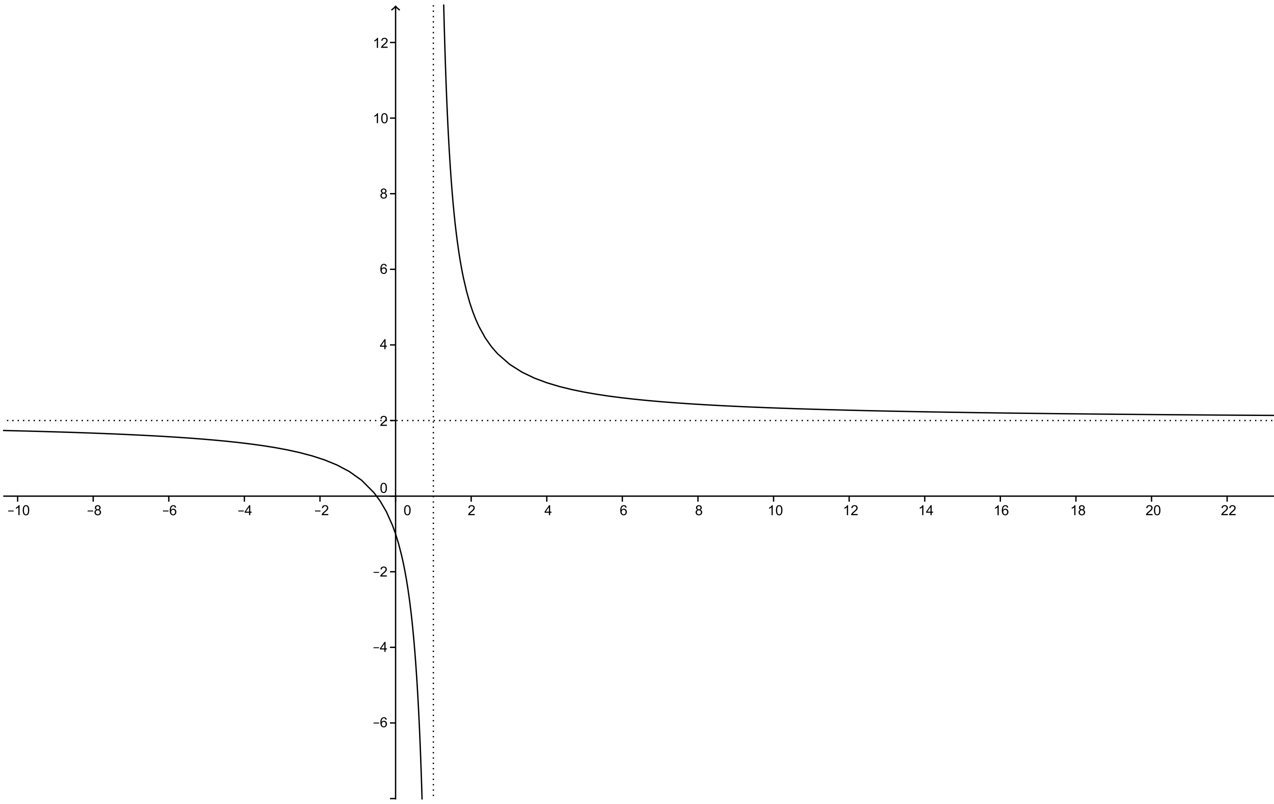

Figura 1: Gráfico da função $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

Determine:

(a) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

(b) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

(c) Existe o limite $\lim_{x\to 1} f(x)$ *?*

Solução:

(a) Analisando graficamente, vemos que para pontos próximos de 1, à direita, a função $f(x)$ *assume valores cada vez maiores, em outras palavras:*

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty$$

(b) *Por outro lado, para valores próximos de 1, à esquerda, a função $f(x)$ assume valores cada vez menores, em outras palavras:*

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$$

(c) *Para que exista o limite $\lim_{x \to 1} f(x)$, deve-se ter que os limites laterais devem existir e que ainda sejam iguais. Como nem sequer existem os limites laterais dessa função, então não existe o limite $\lim_{x \to 1} f(x)$.*

Exercício 1.2. *Calcule os limites:*

(a) $\lim_{x \to 1} \frac{2x-2}{x-1}$

(b) $\lim_{x \to -1} \frac{(x+1)^2}{x+1}$

(c) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} cos(2x)$

Solução:

(a)

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x-2}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{2(x-1)}{x-1}$$

Simplificando o numerador e o denominador por $x - 1$ temos:

$$= \lim_{x \to 1} 2 = 2$$

(b)

$$\lim_{x \to -1} \frac{(x+1)^2}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x+1)}{x+1}$$

Simplificando o numerador e o denominador por $x + 1$ temos:

$$= \lim_{x \to -1} x + 1 = 0$$

(c) *Como $f(x)$ é uma função contínua então temos que:*

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} cos(2x) = cos\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Exercício 1.3. *Calcule o limite*

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

para as seguintes funções

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = x + 2$

(c) $f(x) = 1$

Solução:

(a) Para a função $f(x) = x^2$ *obtemos:*

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2xh + h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h\to 0} 2x + h = 2x$$

(b) Para a função $f(x) = x + 2$ *obtemos:*

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x + h + 2 - (x+2)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{x + h + 2 - x - 2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} 1 = 1$$

(c) Para a função $f(x) = 1$ *obtemos:*

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{0}{h} = \lim_{h\to 0} 0 = 0$$

Observação 1.1. *O limite* $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ *é chamado de derivada da função* $f(x)$ *que muitas vezes é denotada por* $f'(x)$, $\frac{df}{dx}(x)$ *ou* $\dot{f}$. *Nesse curso, usaremos a notação* $\frac{df}{dx}(x)$. *Na próxima aula, abordaremos esse tema que possui uma enorme quantia de aplicações.*