Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"

Exercícios resolvidos do dia 29/03/2016.

Cálculo 1 - Ecologia

Professor:
Vinícius F. Wasques

29 de março de 2016

1 Exercícios:

Exercício 1.1. *Calcule os seguintes limites:*

1. $$\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{3}{n}\right)\left(4-\frac{100}{n}\right)$$

   Solução: *Utilizando as propriedades de limites temos:*

$$\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{3}{n}\right)\left(4-\frac{100}{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{3}{n}\right)\lim_{n\to\infty}\left(4-\frac{100}{n}\right)$$

$$=\left(\lim_{n\to\infty}2+\lim_{n\to\infty}\frac{3}{n}\right)\left(\lim_{n\to\infty}4-\lim_{n\to\infty}\frac{100}{n}\right)$$

$$=(2+0)\,(4-0)$$

$$=2.4$$

$$=8$$

2. $$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+400n}{6n^2-400}$$

   Solução:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+400n}{6n^2-400}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2(2+\frac{400}{n})}{n^2(6-\frac{400}{n^2})}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{2+\frac{400}{n}}{6-\frac{400}{n^2}}$$

$$=\frac{\lim_{n\to\infty}2+\lim_{n\to\infty}\frac{400}{n}}{\lim_{n\to\infty}6-\lim_{n\to\infty}\frac{400}{n^2}}$$

$$=\frac{2+0}{6-0}$$

$$= \frac{2}{6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

Exercício 1.2. *Os humanos possuem dois tipos de cromossomos X e Y, as mulheres são do tipo XX e os homens do tipo XY. Sejam A e a dois alelos de locus de um determinado cromossomo Y. Sob a hipótese de panmixia (acasalamento aleatório) a frequência que aparecem A e a oscila de geração para geração. Em (Li, 1958,p.59-68) foi realizado um estudo dessa oscilação onde a frequência em que aparecem A e a é dada por:*

$$q_n = 0,4 + 0,2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

onde q_n representa a frequência na geração n. Calcule

$$\lim_{n\to\infty} q_n$$

Solução:

Como n "assume" valores "muito grandes", isto é, estamos analisando quando n tende ao infinito, então analisar expressões como x^{n-1} é feita de maneira similar a análise de expressões como x^n.

Dessa forma, como $|-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2} < 1$ então conforme o teorema visto em sala, caímos no seguinte limite

$$\lim_{n\to\infty} x^n$$

quando $|x| < 1$ então vimos que

$$\lim_{n\to\infty} x^n = 0$$

portanto

$$\lim_{n\to\infty} q_n = \lim_{n\to\infty}\left(0,4 + 0,2\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} 0,4 + \lim_{n\to\infty} 0,2 \lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$= 0,4 + 0,2.0$$

$$= 0,4$$

Exercício 1.3. *Através do conceito de limite analise o comportamento da função* $P(n) = P_0 e^{(a-b)n}$ *que vimos na aula passada, isto é, analise*

$$\lim_{n\to\infty} P(n)$$

quando $a > b$, $a < b$ *e* $a = b$.
Solução:

1. ***Caso 1:*** $a > b$

   Se $a > b$ *então* $a - b > 0$. *Como a constante de Euler é aproximadamente* $e \approx 2,7 > 1$ *então se elevarmos essa constante a qualquer potência positiva temos que continua sendo maior que 1, em outras palavras, temos que* $e^{(a-b)} > 1$, *pois* $a - b > 0$.

   Perceba também, que a seguinte sentença é válida (propriedade de expoente (ver as notas de aulas anteriores))

   $$e^{(a-b)n} = \left(e^{a-b}\right)^n$$

   Pelo teorema que vimos em sala, como $e^{(a-b)} > 1$ *então*

   $$\lim_{n\to\infty} \left(e^{a-b}\right)^n = \infty$$

   O que isso significa?

   Significa que quando $a > b$ *a população* $P(n)$ *tende ao infinito, o que já era esperado pois se* $a > b$ *então a taxa de natalidade é maior que a de mortalidade, fazendo com que essa população cresça indefinidamente (tendendo ao infinito).*

2. ***Caso 2:*** $a < b$

   Se $a < b$ *então* $a - b < 0$, *dessa forma como* $e \approx 2,7 > 1$ *então se elevarmos essa constante de Euler a qualquer potência negativa teremos que o resultado final é menor que 1 (se ainda houver dúvidas sobre esse assunto consulte as notas de aulas disponíveis no Sisgrad ou qualquer livro de aritmética), em outras palavras,* $e^{(a-b)} < 1$. *Como vimos no teorema em aula, concluímos que*

   $$\lim_{n\to\infty} \left(e^{a-b}\right)^n = 0$$

   O que isso significa?

   Isso nos diz que quando $a < b$ *teremos que a população vai "convergir" para 0, isto é, essa população vai tender a extinção. O que novamente já era esperado, uma vez que se* $a < b$ *então estão morrendo mais indivíduos do que nascendo fazendo que essa população fique com cada vez menos indivíduos até não sobrar mais nenhum.*

3. ***Caso 3:*** $a = b$

   Se $a = b$ *então* $a - b = 0$ *desse modo* $e^{(a-b)} = e^0 = 1$*, logo utilizando o teorema temos que:*

   $$\lim_{n\to\infty} \left(e^{a-b}\right)^n = 1$$

   O que isso significa?

   Como o limite deu igual a 1, então estamos dizendo que não há variações nessa população, isto é, ela se mantém constante, o que condiz com a realidade uma vez que, como $a = b$ *então na prática estamos dizendo que o número de pessoas que estão nascendo é o mesmo daquelas que estão morrendo, de modo que essa população não apresente crescimento (ou decrescimento) populacional.*