UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS DO DIA 22/03/2016.

Cálculo 1 - Ecologia

Professor:
Vinícius F. WASQUES

27 de março de 2016

1 Exercícios:

Exercício 1.1. *(Wright, S. 1964, p.27) Quando estava analisando a hereditariedade Mendeliana chegou na seguinte equação:*

$$4x^2 - 2x - 1 = 0$$

(a) *Determine suas raízes e escreva este polinômio na forma $(x - x_1)(x - x_2)$.*

Solução : *As raízes podem ser determinadas por Bhaskara:*

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

portanto o polinômio pode ser escrito da seguinte forma:

$$\left(x - \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{4}\right)\right)\left(x - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{4}\right)\right)$$

(b) *Analise o Δ e construa o gráfico dessa função.*

Solução : *Como $\Delta = 20 > 0$ e $a > 0$ então esse polinômio é uma parabola que corta o eixo x em dois pontos e é côncava para cima, logo o gráfico é dado por:*

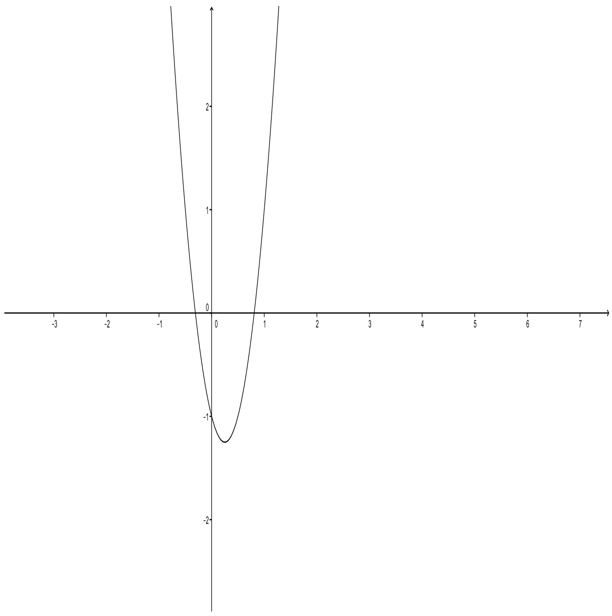

Figura 1: $4x^2 - 2x - 1$.

Exercício 1.2. *(Fischer, R. 1965, p.131) Enquanto discutia sobre a reprodução de animais com longos períodos de gravidez e "dando a luz" a apenas um filhote, trabalhou com a seguinte equação:*

$$8x^2 - 8x + 1 = 0$$

(a) Determine suas raízes e escreva este polinômio na forma $(x - x_1)(x - x_2)$.

Solução : *As raízes podem ser determinadas por Bhaskara:*

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{16}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{16}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{16}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$$

portanto o polinômio pode ser escrito da seguinte forma:

$$\left(x - \left(\frac{2+\sqrt{2}}{4}\right)\right)\left(x - \left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right)\right)$$

(b) *Analise o Δ e construa o gráfico dessa função.*

Solução : *Como $\Delta = 32 > 0$ e $a > 0$ então esse polinômio é uma parabola que corta o eixo x em dois pontos e é côncava para cima, logo o gráfico é dado por:*

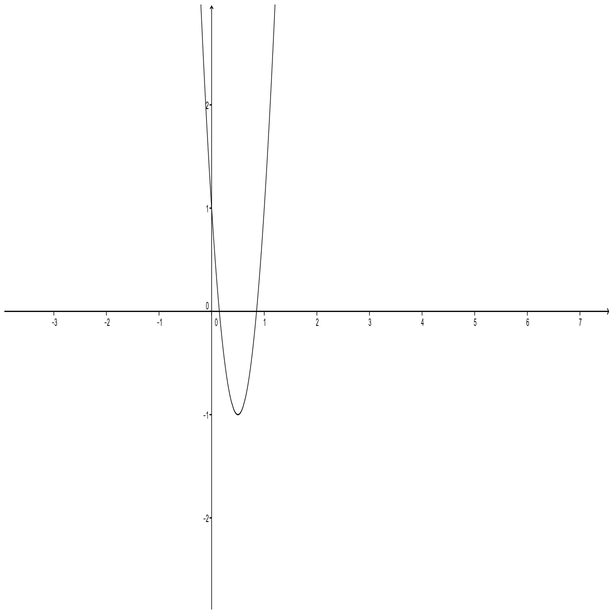

Figura 2: $8x^2 - 8x + 1$.

Exercício 1.3. *Uma ave esta levantando vôo a uma trajetória retilínea formando um ângulo de* 30^o *com o solo. Depois de percorrer* $10m$ *em seu vôo, qual é a altura que a ave alcançou?*

Solução : *Esse problema pode ser visto da seguinte forma, imagine um triângulo retângulo cujo ângulo formado com a base é* 30^o*, a hipotenusa representa o percurso da ave, isto é,* $10m$ *e queremos obter a altura da mesma, isto é, o cateto oposto. Logo, usamos a seguinte relação:*

$$sen(30^0) = \frac{c.o}{hip}$$

onde $c.o$ *é o cateto oposto e* hip *é a hipotenusa.*

Portanto,

$$sen(30^o) = \frac{c.o}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{c.o}{10}$$

$$c.o = \frac{10}{2} \Longrightarrow c.o = 5m$$

Exercício 1.4. *Segundo o modelo de Malthus a função* $P(x) = P(0)e^{(a-b)x}$ *modela o comportamento populacional, onde* $P(0)$ *é o número de indivíduos que a população possui em* $t = 0$ *(onde* t *é dado em anos), a é taxa de natalidade e b é a taxa de mortalidade.*

1. *O que acontece com população se* $a < b$*? Faça o gráfico representando esta situação.*

   Solução : *Se* $a < b$ *então isso quer dizer que nessa população estão morrendo mais indivíduos do que nascendo, em outras palavras, a população esta diminuido "tendendo" a extinção.*

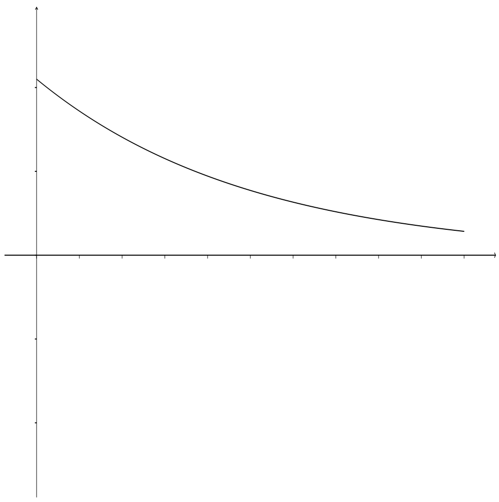

Figura 3: Caso $a < b$.

2. *O que acontece com população se* $a > b$*? Faça o gráfico representando esta situação.*

   Solução : *Se* $a > b$ *então estão nascendo mais indivíduos nessa população do que morrendo, portanto essa população esta crescendo indeterminadamente.*

3. *Se* $P(0) = 1000$*,* $a = 0,9$ *e* $b = 0,2$*. Determine o tempo* $\overline{x}$ *(em anos) em que a população* $P(x)$ *terá* 4000 *indvíduos. Dica:* $ln(4) \approx 1,4$*.*

   Solução : *Substituindo os valores fornecidos obtemos:*

$$P(x) = 1000e^{0,7x} \Longrightarrow 4000 = 1000e^{0,7\overline{x}} \Longrightarrow e^{0,7\overline{x}} = \frac{4000}{1000}$$

$$e^{0,7\overline{x}} = 4 \Longrightarrow ln(e^{0,7\overline{x}}) = ln(4) \Longrightarrow 0,7\overline{x} \approx 1,4$$

$$\Longrightarrow \overline{x} = \frac{1,4}{0,7}$$

$\Longrightarrow \overline{x} = 2anos.$

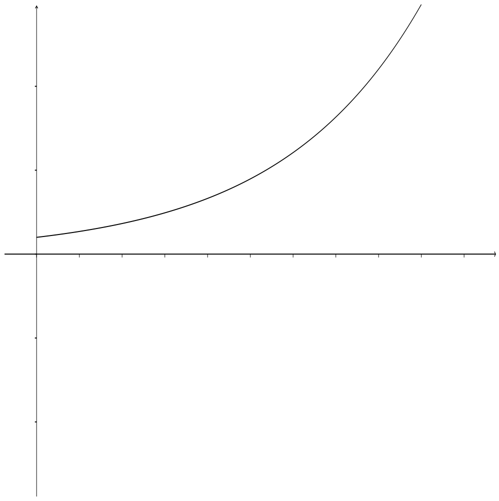

Figura 4: Caso $a > b$.