

4ª LISTA DE EXERCÍCIOS - CÁLCULO 1 - FÍSICA

1 Derivada

Exercício 1.1: Mostre por definição de derivada que:

1. Se $f(x) = k$ é uma função constante então $f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
2. Se $f(x) = x^n$ então $f'(x) = nx^{n-1}, \forall x \in \mathbb{R}$ e $\forall n \in \mathbb{N}$.
3. Se $f(x) = x^{-n}$ então $f'(x) = -nx^{-n-1}, \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ e $\forall n \in \mathbb{N}$.
4. Se $f(x) = e^x$ então $f'(x) = e^x, \forall x \in \mathbb{R}$.
5. Se $f(x) = \ln(x)$ então $f'(x) = \frac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R}$.
6. Se $f(x) = \text{sen}(x)$ então $f'(x) = \text{cos}(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
7. Se $f(x) = \text{cos}(x)$ então $f'(x) = -\text{sen}(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
8. Se $f(x) = \text{tg}(x)$ então $f'(x) = \text{sec}^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Exercício 1.2: Verifique se:

1. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , \text{se } x < 1 \\ -x + 4 & , \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ é uma função diferenciável em $x = 1$.
2. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & , \text{se } x < 1 \\ 2x + 1 & , \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ é uma função diferenciável em $x = 1$.
3. $f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 2 & , \text{se } x < 0 \end{cases}$ é uma função diferenciável em $x = 0$.

Exercício 1.3: Seja $f(x) = x^3$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 1. Essa curva possui reta normal em $x = 1$? Se sim, determine-a.

Exercício 1.4: Seja $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 8. Essa curva possui reta normal em $x = 8$? Se sim, determine-a.

Exercício 1.5: Mostre que se f é uma função diferenciável em x_0 então f é contínua em x_0 . A recíproca é válida? Se sim, demonstre. Caso contrário, exiba um contra-exemplo.

2 Regra de L'Hospital

Exercício 2.1: Utilize a regra de L'Hospital para calcular os seguintes limites:

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-4x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x)$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}}$

10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x + 2} - 1}{x + 1}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 2x}$

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x^4}$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x + 1}$