

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS - CÁLCULO 1 - FÍSICA

1 Continuidade

Exercício 1.1. Verifique se as funções abaixo são contínuas:

1.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ -2 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

em $x = 1$.

2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} & \text{se } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

em $x = 1$.

3.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

em $x = 0$.

4.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & \text{se } x \neq 3 \\ 6 & \text{se } x = 3 \end{cases}$$

em $x = 3$.

5.

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

em $x = 0$.

Exercício 1.2. Mostre a seguinte equivalência:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = f(x_0)$$

Exercício 1.3. Sabendo que $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$, use o exercício anterior para mostrar que a função $f(x) = \sin(x)$ é contínua.

Exercício 1.4. Mostre por epsilons e deltas que as seguintes funções são contínuas:

1. $f(x) = 1$ em todos os pontos.

2

2. $f(x) = x^2$ em $x = 0$.

3. $f(x) = x^3$ em $x = 1$.

Exercício 1.5. *Calcule:*

1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x + 1}{x^3 + 3x^2 + 1}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 4x + 3}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{3x^3 + x^4 + x}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$$