

2^a LISTA DE EXERCÍCIOS - CÁLCULO 1 - FÍSICA

1 Limites

Exercício 1.1. Verifique se as seguintes sequências convergem:

1. $x_n = (-1)^n$
2. $x_n = \frac{2+n}{n}$
3. $x_n = 2n$

Exercício 1.2. Calcule os limites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 2x}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x^4}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x + 1}$

Exercício 1.3. Se $f(x) = x^2$, encontre um valor de $\delta > 0$ de modo que, se $0 < |x - 2| < \delta$ então $|x^2 - 4| < \epsilon = 0,01$

Exercício 1.4. Considere a função $f(x) = 3x + 2$. Determine:

1. o valor de δ dado que $\epsilon = 0,02$ para calcular o limite da função, quando x se aproxima de 1.
2. o valor de δ dado que $\epsilon = 0,01$ para calcular o limite da função, quando x se aproxima de 1.
3. o valor de δ dado um valor de ϵ qualquer para calcular o limite da função, quando x se aproxima de 1.

Exercício 1.5. Calcule:

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3}{2x^2 + 6x - 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}}$
5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x + 2} - 1}{x + 1}$

Teorema do confronto

Sejam f, g, h funções tais que:

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Se tivermos que

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow p} h(x)$$

então

$$\lim_{x \rightarrow p} g(x) = L$$

Exercício 1.6. Sabendo que $0 < \operatorname{sen}(x) < x < \operatorname{tg}(x)$, mostre que:

$$\cos(x) < \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} < 1$$

Exercício 1.7. Use o exercício anterior e o teorema do confronto para mostrar que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1$$